

V prova scritta: seconda parte

9 gennaio 2017

1. Sia $f(x) = (x - 1) \log(x - 1) - x \log(x/2)$. Studiare la funzione $f(x)$ (determinarne il dominio, limiti, intervalli di crescita/decrecenza, eventuali massimi o minimi locali, intervalli di convessità, asintoti ...) e tracciarne un grafico qualitativo.

Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = \lambda x$.

2. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = \frac{u}{\log u} \sin t \\ u(0) = 2 \end{cases}$$

Dire inoltre se 0 è un massimo o minimo per tale soluzione.

Tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate: risposte giuste prive di giustificazione hanno valore nullo.

Non si possono usare libri ed appunti.

Qualunque apparecchiatura elettronica va lasciata spenta e non a portata di mano: l'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova